

דוגמת הפתרון המפורט

תרגיל 3.11 בסדרה הנדסית של מספרים מרוכבים נתון $a_1=2.8-2.6i$ ו- $a_2=1.5+2.8i$. מצא את a_4 .

מקישים במקש העזרה (Help); נפתח חלון עם הסבר כללי ורשימת שלבי פתרון:

עזרה ורשימת השלבים/הפעולות

תאור כללי

ראשית, נחשב את הערכים המוחלטים ואת הארגומנטים של a_1 ו- a_2 , והצגות הטריגונומטריות שלהם.

נחשב את מנת הסדרה $q = \frac{a_2}{a_1}$.

נמצא את המספר a_n בצורה הטריגונומטרית, לפי נוסחת האיבר הכללי של סדרה הנדסית:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

נעבור להצגה האלגברית של a_n ונקבל תשובה סופית.

שלבים/פעולות

I` מס`

II` מס`

חישוב מנת הסדרה

חישוב החזקה של מנת הסדרה

חישוב האיבר הכללי

פתרון במחשב

הקשה במקשי השלבים פותחת חלון עם הסבר מפורט לכל שלב:

עזרה ורשימת השלבים/הפעולות

עזרה לשלב/פעולה

ההצגה הטריגונומטרית של מס` I

דוגמת התרגיל: בסדרה הנדסית של מספרים מרוכבים נתון $a_1=1.1-3.1i$ ו- $a_2=2.6+1.2i$. מצא את a_3 .

דוגמת השלב: נמצא את ההצגה הטריגונומטרית של a_1 .

הישובים: הערך המוחלט: $r_1 = \sqrt{1.1^2 + 3.1^2} = 3.29$.

נמצא את הארגומנט θ : $\tan\theta = \frac{-3.1}{1.1} = -2.82$, כלומר: $\theta = \arctan(-2.82) = -70^\circ - 28' + 360^\circ = 289^\circ 32'$.

אז מספר a_1 נצורה טריגונומטרית:

$$a_1 = r_1 \cdot (\cos\theta + (i) \cdot \sin\theta) = 3.29 \cdot (\cos(289^\circ 32') + (i) \cdot \sin(289^\circ 32'))$$

עזרה ורשימת השלבים/הפעולות

עזרה לשלב/פעולה

ההצגה הטריגונומטרית של מס' II

דוגמת התרגיל: בסדרה הנדסית של מספרים מרוכבים נתון $a_1 = 1.1 - 3.1 \cdot i$

ו- $a_2 = 2.6 + 1.2 \cdot i$. מצא את a_3 .

דוגמת השלב: נמצא את ההצגה הטריגונומטרית של a_2 .

הישובים: הערך המוחלט: $r_2 = \sqrt{2.6^2 + 1.2^2} = 2.86$

נמצא את הארגומנט φ : $\tan \varphi = \frac{1.2}{2.6} = 0.46$, כלומר: $\varphi = \arctan 0.46 = 24^\circ 42'$

אז מספר a_2 נצורה טריגונומטרית:

$$a_2 = r_2 \cdot (\cos \varphi + (i) \cdot \sin \varphi) = 2.86 \cdot (\cos(24^\circ 42') + (i) \cdot \sin(24^\circ 42'))$$

עזרה ורשימת השלבים/הפעולות

עזרה לשלב/פעולה

חישוב מנת הסדרה

דוגמת השלב: נחשב את מנת הסדרה.

תוצאות הקודמות: האיבר הראשון הוא: $a_1 = 3.29 \cdot (\cos(289^\circ 32') + (i) \cdot \sin(289^\circ 32'))$

האיבר השני הוא: $a_2 = 2.86 \cdot (\cos(24^\circ 42') + (i) \cdot \sin(24^\circ 42'))$

הישובים: נציב את הנתונים בנוסחת של מנת הסדרה:

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{2.86 \cdot (\cos(24^\circ 42') + (i) \cdot \sin(24^\circ 42'))}{3.29 \cdot (\cos(289^\circ 32') + (i) \cdot \sin(289^\circ 32'))}$$

לפי נוסחה להילוק מספרים מרוכבים:

$$q = \frac{2.86}{3.29} \cdot (\cos(24^\circ 42' - 289^\circ 32') + (i) \cdot \sin(24^\circ 42' - 289^\circ 32'))$$

$$q = 0.87 \cdot (\cos(-264^\circ 50') + (i) \cdot \sin(-264^\circ 50'))$$

$$q = 0.87 \cdot (\cos(95^\circ 10') + (i) \cdot \sin(95^\circ 10'))$$

עזרה ורשימת השלבים/הפעולות

עזרה לשלב/פעולה

חישוב החזקה של מנת הסדרה

דוגמת התרגיל: בסדרה הנדסית של מספרים מרוכבים נתון $a_1 = 1.1 - 3.1 \cdot i$

ו- $a_2 = 2.6 + 1.2 \cdot i$. מצא את a_3 .

דוגמת השלב: נחשב את המספר q^{n-1} .

תוצאה הקודמת: $q = 0.87 \cdot (\cos(95^\circ 10') + (i) \cdot \sin(95^\circ 10'))$

הישובים: $q^{3-1} = q^2 = 0.87^2 \cdot (0 + \cos(2 \cdot 95^\circ 10') \cdot (i) \cdot \sin(2 \cdot 95^\circ 10'))$

$q^2 = 0.76 \cdot (\cos(190^\circ 20') + (i) \cdot \sin(190^\circ 20'))$

תוצאת השלב: $q^2 = 0.76 \cdot (\cos(190^\circ 20') + (i) \cdot \sin(190^\circ 20'))$

תרגיל 3.11 בסדרה הנדסית של מספרים מרוכבים נתון $a_1 = 1.1 - 1.7 \cdot i$

עזרה ורשימת השלבים/הפעולות

עזרה לשלב/פעולה

חישוב האיבר הכללי

דוגמת השלב: נחשב את האיבר a_3 של הסדרה הנדסית.

תוצאות הקודמות: האיבר הראשון הוא: $a_1 = 3.29 \cdot (\cos(289^\circ 32') + (i) \cdot \sin(289^\circ 32'))$

מנת הסדרה: $q^2 = 0.76 \cdot (\cos(190^\circ 20') + (i) \cdot \sin(190^\circ 20'))$

הישובים: נציב את הנתונים בנוסחה האיבר הכללי:

$a_3 = 3.29 \cdot (\cos(289^\circ 32') + (i) \cdot \sin(289^\circ 32')) \cdot 0.76 \cdot (\cos(190^\circ 20') + (i) \cdot \sin(190^\circ 20'))$

נחשב את המכפלת המספרים:

$a_3 = 2.5 \cdot (\cos(479^\circ 52') + (i) \cdot \sin(479^\circ 52'))$

לאחר הפישוט את הארגומנט נקבל תשובה.

תוצאת השלב: $a_3 = 2.5 \cdot (\cos(119^\circ 52') + (i) \cdot \sin(119^\circ 52'))$

תרגיל 3.11 בסדרה הנדסית של מספרים מרוכבים נתון $a_1 = 1.1 - 1.7 \cdot i$

עזרה ורשימת השלבים/הפעולות

עזרה לשלב/פעולה

פתרון התרגיל

דוגמת השלב: נמצא את ההצגה האלגברית של a_3 .

תוצאה הקודמת: ההצגה הטריגונומטרית שלה:

$a_3 = 2.5 \cdot (\cos(119^\circ 52') + (i) \cdot \sin(119^\circ 52'))$

הישובים: $x = 2.5 \cdot \cos(119^\circ 52') = -1.25$

$y = 2.5 \cdot \sin(119^\circ 52') = 2.17$

או: $a_3 = x + y \cdot i = -1.25 + 2.17 \cdot i$

תוצאה סופית: $a_3 = -1.25 + 2.17 \cdot i$

במבחן, ההקשה במקש התשובה מציגה 4 אפשרויות לתשובה סופית:

תרגיל 3.11 בסדרה הנדסית של מספרים מרוכבים נתון $a_1=1.1-1.7i$ ו- $a_2=2.4+1.3i$. מצא את a_8 .

תשובות אפשריות	
$a_1=2.02 \cdot (\cos(-302^\circ 50') + i \cdot \sin(-302^\circ 50'))$	$a_1=4.1 \cdot (\cos(-302^\circ 50') + i \cdot \sin(-302^\circ 50'))$
$a_1=2.02 \cdot (\cos(302^\circ 50') + i \cdot \sin(302^\circ 50'))$	$a_1=4.1 \cdot (\cos(302^\circ 50') + i \cdot \sin(302^\circ 50'))$