

שימושי הנגזרת
כל התרגילים כוללים פתרונות
אינטראקטיביים מפורטים וכלי חקירה מתמטית

תרגיל 4.6	מצא זווית שיוצר משיק לפרבולה $y=3x^2+3x+3$ עם הכיוון החיובי של ציר ה-x בנקודה $x=0.2$.
תרגיל 4.7	מצא נקודות כאלו, שמשיק לגרף הפונקציה: $y=e^{8x} \cdot \sin(5x)$ העובר דרך מקביל לציר ה-x.
תרגיל 4.8	מצא את משוואות המשיק והנורמל (האנך) לגרף הפונקציה $y=f(x)=4x^2+4x+\frac{3}{x}$ בנקודה $x=1.5$.
תרגיל 4.9	מצא את המשיקים לגרף של הפונקציה: $f(x)=4x^3+x+14$ המקבילים לישר: $y=7x+6$.
תרגיל 4.10	מצא את הנקודות על גרף הפונקציה $y=4x^3-5x$ שהמשיקים דרך לגרף יוצרים זווית 45° עם הכיוון החיובי של ציר ה-x.

דוגמת הפתרון המפורט

תרגיל 4.7	מצא נקודות כאלו, שמשיק לגרף הפונקציה: $y=e^{3x} \cdot \sin(5x)$ העובר דרך מקביל לציר ה-x.
-----------	---

כל התרגילים כוללים פתרונות מפורטים:
מקישים במקש העזרה המפורטת (Help):

תרגיל 4.7 מצא נקודות כאלו, שמשיק לגרף הפונקציה:
 $y=e^{3x} \cdot \sin(5x)$
העובר דרך מקביל לציר ה-x.

עזרה ורשימת השלבים/הפעולות

שלבים/פעולות	תאור כללי
גזירת הפונקציה	נעזר בנוסחת הנגזרת של מכפלת שתי פונקציות: $(u \cdot v)' = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$ ובכללי הגזירה של פונקצית הסינוס: $(\sin x)' = \cos x$ ופונקציה מעריכית: $(e^x)' = e^x$
כתיבת המשוואה	מכיון שבנקודות בהן משיק לגרף הפונקציה מקביל לציר ה-x נגזרת הפונקציה שווה ל-0 נקבל את המשוואה.
פישוט המשוואה	נסתמך על העובדה שהפונקציה המעריכית שונה מאפס לכל x ונפשט את המשוואה. לאחר מכאן
פתרון המשוואה	

בחלון של תאור כללי אפשר לראות את הגישה ודרך הפתרון.
 הקשה על מקשי השלבים מציגה הסבר מפורט לכל שלבי הפתרון:

תרגיל 4.7 מצא נקודות כאלו, שמשיק לגרף הפונקציה:
 $y=e^{6x} \cdot \sin(5x)$
 העובר דרכן מקביל לציר ה-x.

עזרה ורשימת השלבים/הפעולות

עזרה לשלב/פעולה

גזירת הפונקציה

דוגמת התרגיל: מצא נקודות כאלו, שמשיק לגרף הפונקציה: $y=e^{6x} \cdot \sin(14x)$
 העובר דרכן מקביל לציר ה-x.

חישובים:
 על פי נוסחת הנגזרת של מכפלת שתי פונקציות:
 $y'(x)=(e^{6x})' \cdot \sin(14x)+e^{6x} \cdot (\sin(14x))'$
 נחשב את הנגזרות של פונקציות מעריכית: $(e^{6x})'=e^{6x} \cdot 6$
 ושל פונקציה טריגונומטרית: $(\sin(14x))'=\cos(14x) \cdot 14$
 ונציב אותן בביטוי נגזרת הפונקציה:
 $y'=e^{6x} \cdot 6 \cdot \sin(14x)+e^{6x} \cdot \cos(14x) \cdot 14$

תוצאת השלב:
 $y'=6 \cdot e^{6x} \cdot \sin(14x)+14 \cdot e^{6x} \cdot \cos(14x)$

השלב השני:

תרגיל 4.7 מצא נקודות כאלו, שמשיק לגרף הפונקציה:
 $y=e^{5x} \cdot \sin(9x)$
 העובר דרכן מקביל לציר ה-x.

עזרה ורשימת השלבים/הפעולות

עזרה לשלב/פעולה

כתיבת המשוואה

דוגמת השלב: נגזרת הפונקציה: $y'=6 \cdot e^{6x} \cdot \sin(14x)+14 \cdot e^{6x} \cdot \cos(14x)$

חישובים:
 $y'=\tauau$
 אם בנקודות מסוימות משיק לגרף הפונקציה מקביל לציר ה-x
 ד"א שנגזרת הפונקציה בנקודות אלה שווה ל- $\tauau 0$:
 $6 \cdot e^{6x} \cdot \sin(14x)+14 \cdot e^{6x} \cdot \cos(14x)=\tauau 0=0$
 מוציא את הפונקציה המעריכית מחוץ לסוגריים ונקבל
 את המשוואה:
 $e^{6x} \cdot (6 \cdot \sin(14x)+14 \cdot \cos(14x))=0$

תוצאת השלב:
 $e^{6x} \cdot (6 \cdot \sin(14x)+14 \cdot \cos(14x))=0$

השלבים הבאים:

תרגיל 4.7 מצא נקודות כאלו, שמשיק לגרף הפונקציה:
 $y=e^{6x} \cdot \sin(9x)$
 העובר דרך מקביל לציר ה-x.

עזרה ורשימת השלבים/ הפעולות

עזרה לשלב/ פעולה

כתיבת המשוואה

דוגמת השלב: נגזרת הפונקציה: $y'=6 \cdot e^{6x} \cdot \sin(14x)+14 \cdot e^{6x} \cdot \cos(14x)$

חישובים: $y'=\tau$

אם בנקודות מסוימות משיק לגרף הפונקציה מקביל לציר ה-x
 ז"א שנגזרת הפונקציה בנקודות אלה שווה ל- $\tau=0$:

$$6 \cdot e^{6x} \cdot \sin(14x)+14 \cdot e^{6x} \cdot \cos(14x)=\tau=0$$

מציא את הפונקציה המעריכית מחוץ לסוגריים ונקבל את המשוואה:

$$e^{6x} \cdot (6 \cdot \sin(14x)+14 \cdot \cos(14x))=0$$

תוצאת השלב: $e^{6x} \cdot (6 \cdot \sin(14x)+14 \cdot \cos(14x))=0$

עזרה לשלב/ פעולה

פתרון המשוואה

דוגמת השלב: $\tau(14x)=-\frac{14}{6}$

חישובים: נפתור את המשוואה הטרננסונטרית ונמצא את הנקודות המבוקשות:

$$14x=\arctan\left(-\frac{14}{6}\right)$$

$$x=\frac{1}{14} \cdot \arctan\left(-\frac{14}{6}\right)$$

$$x=-0.08+\frac{\pi \cdot k}{14}, k \in Z$$

ההקשה במקש של תוצאת השלב (Hint) מציגה את התוצאה של כל שלב כולל התשובה הסופית:

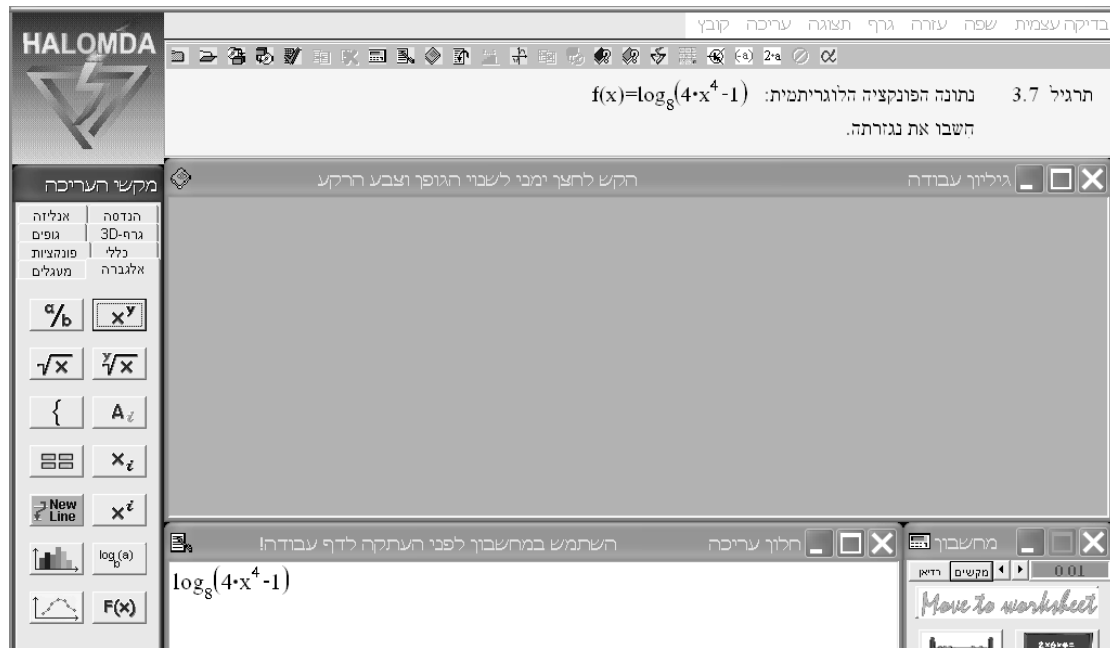
תוצאת השלב/ הפעולה

פתרון המשוואה

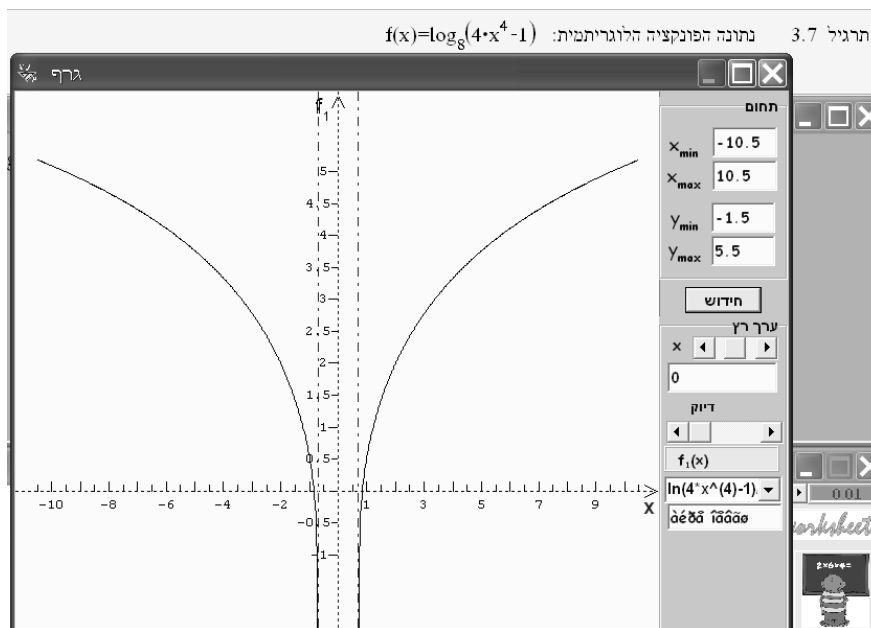
$$x=-0.12+\frac{\pi \cdot k}{9}, k \in Z$$

בנוסף לפתרון המפורט, התוכנה מציעה כלי חקירה מתמטית מגוונים, כגון: בניית גרפים של פונקציות, בניית גיאומטריות ועוד:

בחלון העריכה רושמים את הפונקציה בעזרת מקשי העריכה המיוחדים:

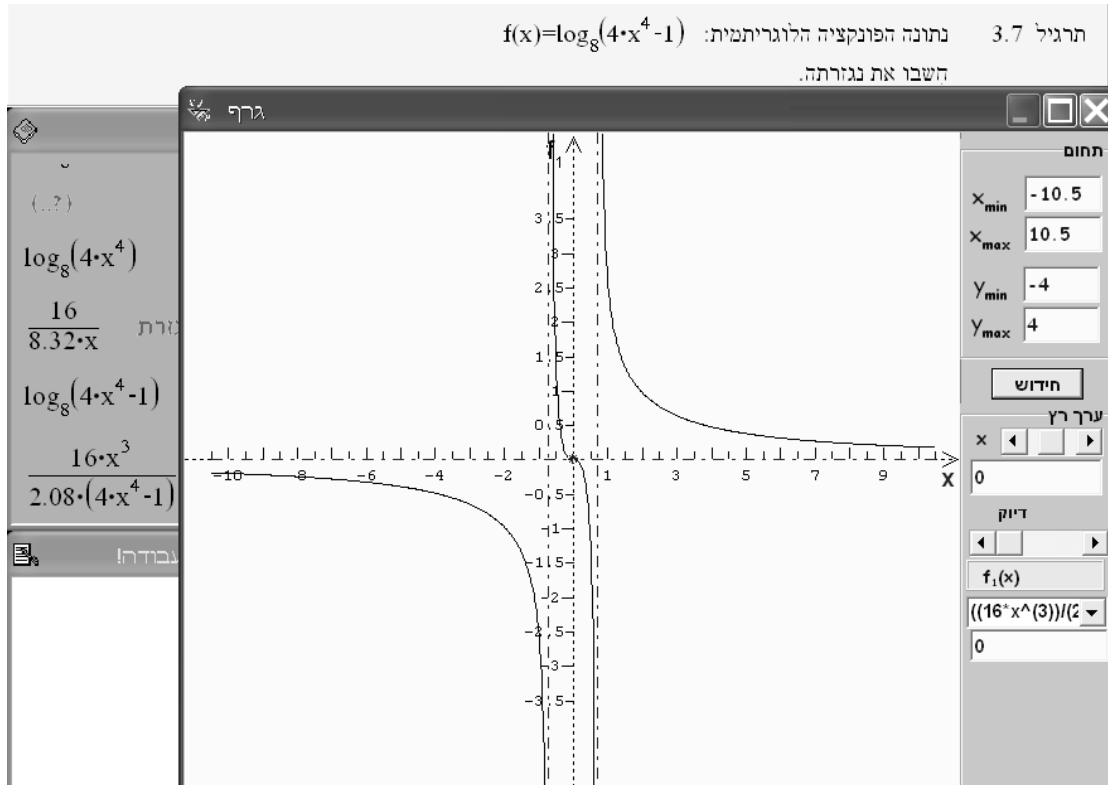


מקשים במקש של בניית גרף:



מהגרף אפשר לראות את תחומי ההגדרה של הפונקציה; אפשר גם לחשב את הנגזרת ולבנות גרף שלה:





פתרון מסוג זה: מפורט ואינטראקטיבי מקנה לתלמיד הן שליטה בטכניקה אלגברית והן את ההבנה הנדרשת של קשרים הדדיים בין תחומי מתמטיקה שונים.