

האם יש יחס בין הממוצע הגאומטרי והממוצע האריתמטי?

$$\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$$



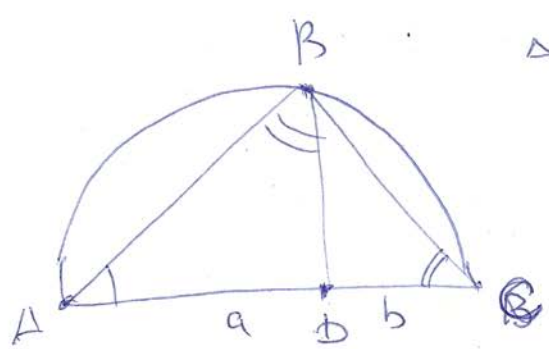
הוכחה: נבחר מעגל עם קוטר  $AB$  ונקודה  $D$  על  $AB$ . נבנה את המעגל העובר ב- $B$  ו- $D$  ו- $C$  על המעגל.  $\angle ADB = \angle DCB = 90^\circ$  (זווית על קוטר).  
 לכן  $\triangle ABD \sim \triangle BCD$  (שני זוויות שוות).  
 מכאן:  $\frac{AD}{BD} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow BD^2 = AD \cdot DC = a \cdot b$   
 לכן  $BD = \sqrt{ab}$ .  
 הממוצע האריתמטי הוא  $\frac{a+b}{2}$  והממוצע הגאומטרי הוא  $\sqrt{ab}$ .  
 נראה כי  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$  (הממוצע האריתמטי גדול או שווה לממוצע הגאומטרי).

$$0 < (a-b)^2 \Rightarrow$$

$$2ab \leq a^2 + b^2 \Rightarrow$$

$$4ab \leq a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2 \Rightarrow$$

$$ab \leq \frac{a+b}{2}$$



$\triangle ABD \sim \triangle BCD$  (זוויות שוות)  
 $\Rightarrow \frac{AD}{BD} = \frac{BD}{DC}$

$$\frac{AD}{BD} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow$$

$$BD = \sqrt{AD \cdot DC} = \sqrt{a \cdot b}$$

$a+b = \text{const}$        $BD = \max \Rightarrow a = b$ .

$$\sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n} \leq \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

$$\sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n} \leq \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

(2)

: 'bi' > 10 > 10  
: n = 4 (k)

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = (x_1 \cdot x_2) \cdot (x_3 \cdot x_4) \leq$$

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{x_3 + x_4}{2}\right)^2 = \left[\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)\left(\frac{x_3 + x_4}{2}\right)\right]^2$$

$$\leq \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4}\right)^4$$

$$(x_1 \cdot x_2 \cdot x_3)^{\frac{1}{3}} = \left[x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3)^{\frac{1}{3}}\right]^{\frac{1}{4}} \leq$$

$$\leq \frac{x_1 + x_2 + x_3 + (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3)^{\frac{1}{3}}}{4} \Rightarrow$$

$$\frac{3}{4} \cdot (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3)^{\frac{1}{3}} \leq \frac{x_1 + x_2 + x_3}{4}$$

$$\left(x_1 \cdot x_2 \cdot x_3\right)^{\frac{1}{3}} \leq \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$$

: '3' > '13' | k, n = m + 1 (ε)

: n = m + 1 > 10 & p'' > 10 & n''

$$(x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_m)^{\frac{1}{m}} = \left[(x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_m) \cdot (x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_m)^{\frac{1}{m}}\right]^{\frac{1}{m+1}}$$

$$\leq \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_m + (x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_m)^{\frac{1}{m}}}{m+1} \Rightarrow$$

$$(x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_m)^{\frac{1}{m}} \left(1 - \frac{1}{m+1}\right) \leq \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_m}{m+1} \Rightarrow$$



שיעורי תרגום מילני

(3)

1. נתון כי סכום שני מספרים הוא 24. מצא את המכפלה המקסימלית.

$$a + b = \text{const} = c \quad , 24 = \text{סכום}$$

$$\sqrt{a \cdot b} \leq \frac{a+b}{2} \quad , \quad a=b=12, \quad a \cdot b = 144.$$

$$x, c-x, \quad x \cdot (c-x) = cx - x^2, \dots$$

2. נתון כי סכום שני מספרים הוא 10. מצא את המכפלה המקסימלית.

$$a + b = \text{const.} \quad \text{סכום} \quad \text{מכפלה}$$

$$S = a \cdot b, \quad \sqrt{a \cdot b} \leq \frac{a+b}{2}, \quad a=b.$$

1.