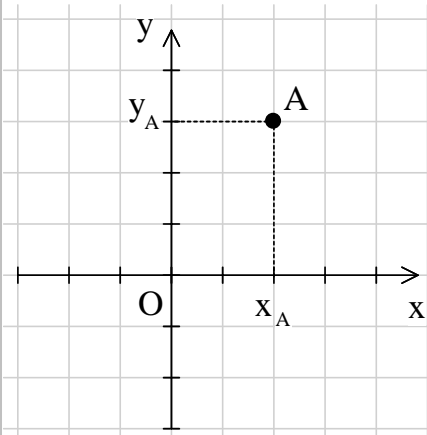


מושגי יסוד בגיאומטריה אנליטית

§10 מערכת צירים ישרה (דקארטית)

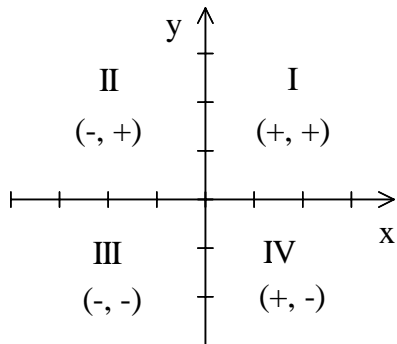
כדי לסמן מקום של נקודה במישור משתמשים בשיטת הקואורדינטות (בעברית - שיעורים): בוחרים נקודה מסוימת כמרכז (O) ומעבירים דרכה שני ישרים המאונכים אחד לשני; לישרים קורים צירים; הציר האופקי מכונה ציר x , והציר האנכי – ציר y .



את מקומה של נקודה מסמנים באמצעות זוג מספרים (x, y) המכונים שיעורי הנקודה.

שיעור- x שווה למרחק הנקודה x_A , המכונה היטל הנקודה A על ציר- x , מהמרכז;

באופן דומה שיעור- y שווה למרחק הנקודה y_A , המכונה היטל הנקודה A על ציר- y , ממרכז מערכת הצירים.



שיעורי x של הנקודות השייכות לחצי-המישור מימניו של ציר- y הם חיוביים, ושל הנקודות השייכות לחצי-המישור שמאלו לציר- y הם שליליים.

בדומה לכך, שיעורי- y של הנקודות השייכות לחצי המישור העליון (מעל ציר y) הם חיוביים, ושל הנקודות השייכות לחצי המישור התחתון הם שליליים. ראשי חץ בקצות הצירים מסמנים כיוון חיובי.

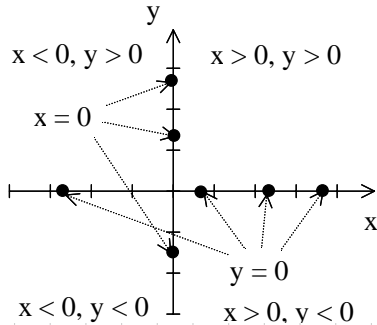
צירי הקואורדינטות מחלקים את המישור לרבעים, המסומנים בספרות רומיות.

ברביע הראשון (I) שיעורי כל הנקודות הם חיוביים $(x > 0, y > 0)$;

ברביע השני (II) שיעורי- x שליליים ושיעורי- y חיוביים: $x < 0, y > 0$.

גיאומטריה אנליטית

ברביע השלישי (III) : $x < 0, y < 0$, ברביעי (IV) : $x > 0, y < 0$.

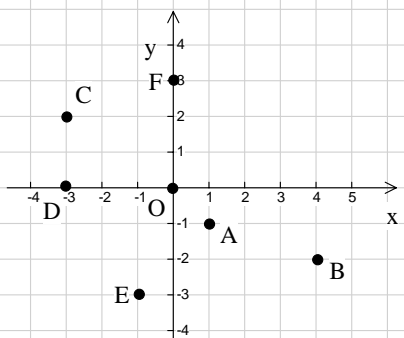


שיעור- x של כל נקודה הנמצאת על ציר- y שווה לאפס ($x = 0$) ; לכל הנקודות השייכות לציר- x שיעור- y שווה לאפס.

את מערכת הצירים מסוג זה ותיאור מקום הנקודה באמצעות הקואורדינטות המציא מתמטיקאי צרפתי **רנה דקארט** (1650 – 1596).

לכבודו מכנים את מערכת הצירים הישרה ואת שיטת הקואורדינטות בשמו.

דוגמה 1

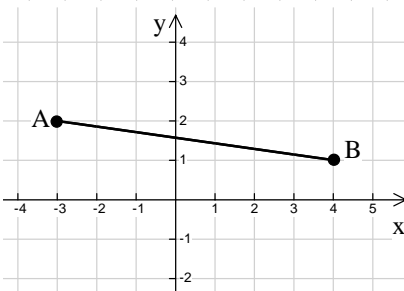


מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C, D, E ו-O. מהנקודות שאינן נמצאות על הצירים מורידים אנכים על הצירים וקוראים את שיעורי ההיטלים. שיעורי- x של הנקודות הנמצאות על ציר- y שווים ל- 0, ושיעורי- y של הנקודות הנמצאות על ציר- x גם הם שווים לאפס.

תשובה: $B(4, -2), A(1, -1), O(0, 0)$

▷ $F(0, 3), E(-1, -3), D(-3, 0), C(-3, 2)$

דוגמה 2



נתונות שתי נקודות: A(-3, 2) ו- B(4, 1). הראו שהקטע AB חותך ציר- y, ואינו חותך ציר- x. ציר- y מחלק את המישור xy לשני חצאי-מישור. שיעורי- x של כל הנקודות בחצי- המישור הימני הם חיוביים, בשמאלי – שליליים.

ניאומטריה אנליטית

מכיוון שהסימנים של שיעורי- x של הנקודות A ו-B הם נגדיים, מסיקים שהנקודות נמצאות בחצאי-מישור שונים, כלומר, הקטע AB חוצה את ציר ה- y .

גם ציר- x מחלק את המישור לשני חצאי-מישור.

בחצי-המישור העליון שיעורי- y של כל הנקודות הם חיוביים, בתחתון – שליליים.

מכיוון שהסימנים של שיעורי- y של הנקודות A ו-B זהים, הנקודות נמצאות

בחצי-מישור אחד, כלומר, הקטע AB אינו חותך את ציר ה- x . \triangleright

תרגילים

1. שרטטו קטע AB על-פי שיעורי נקודת הקצה

ומצאו את שיעורי נקודת החיתוך של AB עם ציר- x :

א) $A(4; 2)$, $B(2; -2)$ ב) $A(-1; -3)$, $B(-3; 3)$

2. א) שרטטו משולש ששיעורי קודקודיו הם: $A(0; -3)$, $B(-2; 3)$, $C(5; 2)$.

מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של ציר- x וצלעות המשולש.

ב) שרטטו מצולע ABCD ששיעורי קודקודיו הם: $A(-3; -4)$, $B(-3; 4)$,

$C(3; 2)$, $D(3; -2)$.

מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של ציר x וצלעות המצולע.

3. א) בנו מלבן ABCD על-פי שיעורי קודקודיו: $A(5; 3)$, $B(-2; 3)$,

$C(-2; -2)$, $D(5; -2)$. מצאו את היקף ושטח המלבן.

ב) במערכת צירים סמנו נקודות $A(-8; 3)$, $B(1; 3)$, $C(1; -2)$.

מצאו את שיעורי הנקודה הרביעית D כזאת שהמצולע ABCD יהיה מלבן.

מצאו את ההיקף ושטח המלבן ABCD.

4. א) במערכת צירים סמנו חמש נקודות כאלה ששיעורי- x שלהן שווה ל-4.

היכן הן ממוקמות?

ב) במערכת צירים סמנו חמש נקודות כאלה ששיעורי- y שלהן שווה ל-1.

היכן הן ממוקמות?

ניאומטריה אנליטית

5. שרטטו ישר, ששיעורי- x של כל הנקודות עליו שווים ל-: א) 3 ב) 2 ג) 0.

6. שרטטו ישר, ששיעורי- y של כל הנקודות עליו שווים ל-: א) 2 ב) 4 ג) 0.

7. מערכת הקואורדינטות דקארטית מכונה ישרה.

האם אפשר להמציא מערכת קואורדינטות שאינה ישרה?

האם אפשר לכוון את הצירים לא ימינה ולמעלה, אלא שמאלה ולמטה?

מחיש תרגיל זה.